

واژه‌های کلیدی:

چرخ‌دنده
تنش تماسی
المان محدود
توزیع تنش

تحلیل و توزیع تنش در چرخ‌دنده‌های پلیمری

رسول محسن‌زاده*

آذربایجان شرقی، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، آموزشکده فنی و حرفه‌ای میانه، دپارتمان مهندسی مکانیک

چکیده ...

با روی کار آمدن پلیمرها و افزایش کاربرد آن در صنعت، چرخ‌دنده‌های پلیمری نیز به‌علت برخورداری از امتیازاتی همچون، خودروانکار بودن، هزینه تولید پایین و صدای کم، جایگاه خود را در صنعت تثبیت کرده‌اند. توجه به رفتار چرخ‌دنده‌های پلیمری در گشتاورهای متفاوت، باعث افزایش عمر آن‌ها خواهد شد. چرخ‌دنده‌های پلیمری، به دلیل استحکام پایین نسبت به چرخ‌دنده‌های فلزی، مدهای و اماندگی (Failure) متفاوتی داشته، حساسیت زیادی به تنش و توزیع تنش دارند. بررسی هر چه دقیق‌تر تنش تماسی و نحوه توزیع تنش در حین درگیری جفت‌دنده، درک بهتری در طراحی هر چه بهتر چرخ‌دنده فراهم خواهد کرد. در این پژوهش، از مدل المان محدود برای تعیین تنش تماسی در ده موقعیت متفاوت از سر تا ته دنده چرخ‌دنده در حین درگیری جفت‌دنده استفاده شده است. برای کاهش زمان محاسبات، از یک جفت‌دنده محرک و متحرک استفاده شد. علاوه بر این، برای افزایش دقت تحلیل المان محدود، از مش‌بندی ریز برای همگرایی نتایج استفاده شد. مش بهینه به تمام قسمت‌های مدل اعمال شد. نسبت درگیری و زاویه درگیری جفت‌دنده با مشخصات هندسی و جنس مشخص برای اعمال شرایط مرزی محاسبه شد. بیش‌ترین مقدار تنش (۴۵/۴۷ مگاپاسگال) در زیر خط گام، مشاهده شد. علاوه بر این، توزیع تنش به صورت مورب و در راستای خط فشار، مشاهده شد.

*پست الکترونیکی مسئول مکاتبات:

r_mohsenzadeh@tvu.ac.ir

۱ مقدمه

تماسی به دست آمده با استفاده از روابط عددی نظریه هرتز [۷]، استاندارد ISO 6336 [۱۶] و AGMA 2101 [۱۷]، در خط گام بوده، بدون در نظر گرفتن پارامترهای اصلاح دنده از جمله شعاع سر دنده انجام می‌پذیرند [۱۸]. روش المان محدود به دلیل اعمال مدل دقیق چرخ دنده و تعیین تنش تماسی در قسمت‌های مختلف دنده و همچنین اعمال اثر پارامترهای اصلاحی دنده، می‌تواند تقریب دقیق‌تری برای تنش و توزیع آن داشته باشد [۱۹-۲۱]. در این پژوهش از مدل المان محدود برای بررسی تنش تماسی و تغییرات آن در ده نقطه متفاوت از سر تا ته دنده چرخ دنده پلیمری با زمینه پلی استال استفاده می‌شود. محدوده بررسی تنش تماسی از ابتدای درگیری جفت دنده تا انتهای درگیری است. در این پژوهش، نسبت تماس و زاویه درگیری برای اعمال شرایط مرزی به ترتیب، گشتاور و جابه‌جایی، محاسبه می‌شود.

۲ مبانی نظری

۲-۱ نسبت تماس و زاویه درگیری

شکل ۱، درگیری دو جفت دنده در ابتدا، نقطه میانی و انتهای درگیری را نشان می‌دهد. با چرخش دنده، شروع درگیری بین جفت دنده در نقطه A سر دندانه چرخ دنده متحرک با دایره ریشه چرخ دنده محرک تماس است. با چرخش جفت دنده، نقطه درگیری در راستای زاویه فشار حرکت می‌کند. درگیری تا رسیدن نقطه تماس به سر دنده چرخ دنده محرک ادامه می‌یابد. با توجه به شکل ۱، در حین حرکت در قسمتی از خط حرکتی، دو دنده درگیر بوده، در بقیه قسمت‌ها دو جفت دنده باهم درگیر هستند. نسبت تماس (CR)، میانگین دندانه‌هایی است که هم‌زمان در تماس با همدیگر بوده، با استفاده از رابطه ۱ تا ۳ قابل محاسبه است [۲۲].

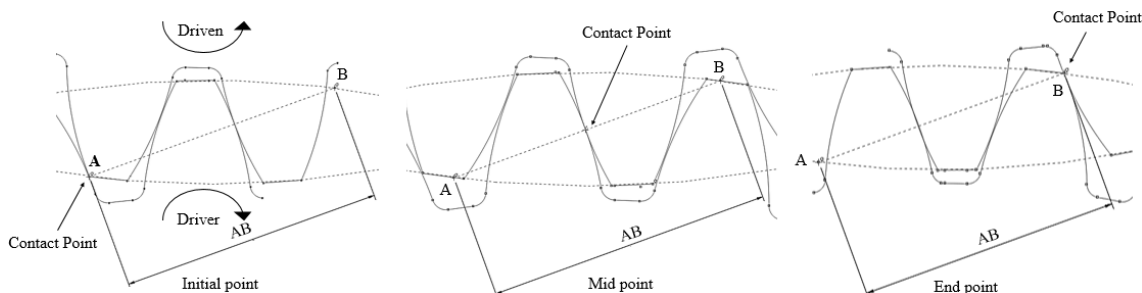
$$CR = \frac{L}{P_b} \quad (1)$$

$$L = \sqrt{(r_{o2}^2 - r_{b2}^2) + (r_{o1}^2 - r_{b1}^2)} - (r_{p1} + r_{p2}) \cdot \sin \alpha_p \quad (2)$$

$$P_b = m' p' \cos \alpha \quad (3)$$

در روابط بالا، r_{p1} ، r_{b1} ، r_{o1} به ترتیب شعاع سر دنده، ریشه

کاربرد چرخ دنده‌های پلیمری به دلیل بر خورداری از امتیازهایی شامل پایین بودن وزن و صدا، عدم نیاز به روانکاری و همچنین سهولت در تولید انبوه، رو به افزایش است [۱-۳]. عوامل واماندگی در چرخ دنده‌های پلیمری متفاوت از چرخ دنده‌های فلزی است. یکی از اصلی‌ترین روش‌های انتقال نیرو میان اجسام، تماس است. اگر دو جسم با سطوح خمیده را به یکدیگر بفشاریم، آن دو در یک نقطه یا در امتداد یک خط تماس، با همدیگر در تماس قرار می‌گیرند و در اثر اعمال نیروهای فشاری تنش‌های سه‌بعدی در دو جسم درگیر گسترش می‌یابد [۴]. مسائل تنش‌های تماسی در محدوده وسیعی از کاربردهای مهندسی مانند تماس بین دندانه‌های درگیر چرخ دنده‌ها، یاتاقان‌های غلتشی، غلتک‌های نورده و تماس چرخ واگن با ریل قابل طرح و تحلیل است [۵، ۶]. نخستین بار، هرتز در سال ۱۴۴۲ موضوع تماس بین اجسام ساده را مورد بحث و بررسی قرار داد و بر این اساس، نظریه خود را برای تماس بین دو کره و دو استوانه در حالت کشسان بسط و گسترش داد [۷، ۸]. یکی از معیارهای اصلی در طراحی چرخ دنده‌ها، کمینه کردن تنش‌های تماسی ایجاد شده در سطوح دندانه‌های درگیر است. وجود تنش‌های تماسی عمدتاً موجب خرابی سطوح دندانه می‌شود و به‌طور عمومی اثر آن را سایش می‌نامند [۹-۱۱]. علاوه بر این، گودشدگی (Pitting) دیگر عامل واماندگی در چرخ دنده‌های پلیمری است. گودشدگی عبارتست از شکست خستگی حاصل از تنش‌های تماسی که باعث می‌شود قسمت‌هایی از سطح دندانه چرخ دنده به‌صورت حفره کنده شود [۱۳، ۱۲]. گودشدگی باعث افزایش صدای درگیری دو چرخ دنده می‌شود و اگر ادامه پیدا کند به ریزترک تبدیل شده و از پیوستن ریزترک‌ها به همدیگر ترک ایجاد می‌شود و در نهایت شکست در دنده رخ می‌دهد [۱۴، ۳]. بنابراین، بررسی هرچه دقیق‌تر تنش‌های تماسی و نحوه توزیع تنش در نواحی درگیری دنده چرخ دنده‌های پلیمری، درک بهتری از طراحی هر چه بهتر این نوع چرخ دنده‌ها حاصل خواهد کرد. بررسی توزیع تنش در دنده چرخ دنده، تحلیل شرایط پیچیده واماندگی در چرخ دنده را تسهیل کرده، طراحان را در جهت تقویت مناطقی از دنده که در معرض تنش بیشتری قرار دارند، راهنمایی می‌کند [۱۵]. بیشینه تنش



شکل ۱ درگیری چرخ‌دنده محرک و متحرک در نقطه آغاز، میانی و پایان درگیری.

$$\alpha_a = \frac{SBO}{rb1} \quad (7)$$

$$SBO = -rb1' \tan \alpha_p + (r_{o1}^2 - rb1^2)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

در روابط بالا، SAO، طول مسیر شروع درگیری تا خط گام و SBO، طول مسیر درگیری از خط گام تا انتهای درگیری است.

۲-۲ مدل المان محدود

روش المان محدود، روشی برای تحلیل رفتار سازه‌های تحت بار از جمله چرخ‌دنده است. در این پژوهش، از نرم‌افزار المان محدود آباکوس برای مدل‌سازی و تحلیل استفاده شده است. به دلیل کاهش زمان تحلیل از یک جفت دنده هم جنس که یک دنده به عنوان محرک و دنده دیگر به عنوان متحرک با مدول ۲ میلی‌متر، انتخاب شده است. مواد از جنس پلی‌استال (مدول الاستیسیته ۲/۷ GPa و ضریب پواسون ۰/۳) و با فرض همگن در نظر گرفته شده است. مشخصات هندسی چرخ‌دنده پلیمری مورد استفاده شده در نرم‌افزار المان محدود، در جدول ۱ نشان داده شده است. از المان دو بعدی ۴ گره با دو درجه آزادی برای هر گره در این تحقیق استفاده می‌شود. شکل ۳، نوع مش‌بندی را برای جفت چرخ‌دنده نشان می‌دهد. علاوه بر این، شرایط مرزی در شکل ۴ نشان داده شده است.

۳ نتایج و بحث

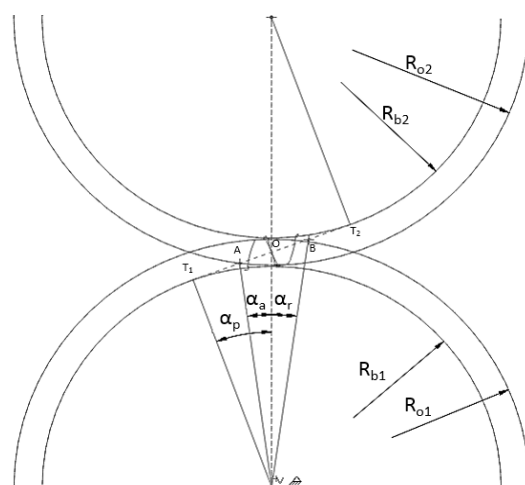
برای افزایش همگرایی در مش‌بندی، مدل المان محدود با اندازه‌گیری مش متفاوت، مورد تحلیل قرار گرفت.

و شعاع دایره گام (زیروند ۱ نشان‌دهنده محرک است)، α_p زاویه فشار و P_b گام ریشه دنده را نشان می‌دهد. مقدار نیروی اعمالی به دنده‌ها، وابسته به نسبت درگیری و زاویه درگیری (موقعیت نقطه درگیری) است. شکل ۲، زاویه درگیری جفت دنده در حالت رفت و برگشت را نشان می‌دهد. زاویه درگیری α_a ، برابر با مجموع زاویه رفت α_a و زاویه برگشت α_r بوده، متناسب با طول درگیری، طبق معادلات ۴ تا ۸ تعریف می‌شود [۲۳].

$$\alpha_A = \alpha_a + \alpha_r \quad (4)$$

$$\alpha_a = \frac{SAO}{rb1} \quad (5)$$

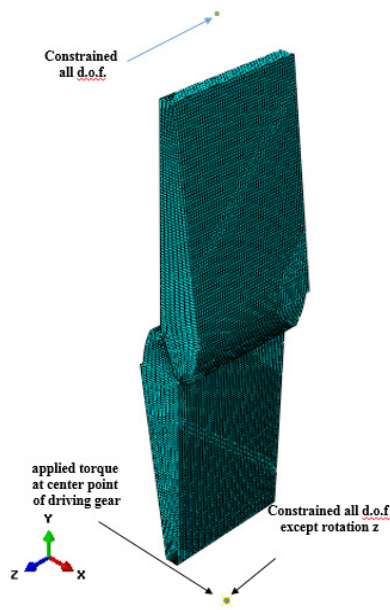
$$SAO = -rb2' \tan \alpha_p + (r_{o2}^2 - rb2^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$



شکل ۲ زاویه درگیری جفت دنده.

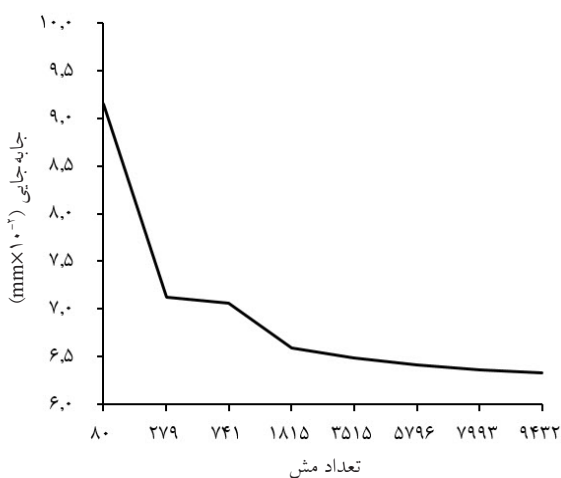
جدول ۱ مشخصات هندسی چرخ دنده محرک و متحرک

۲	m (mm)	مدول
۷۲	a (mm)	فاصله محوری
۳۶	(z)	تعداد دندانه
۲۰	α_p (°)	زاویه فشار
۱۴	b (mm)	پهنای دنده
۳۸	r_a (mm)	شعاع سر دنده
۳۶	r_p (mm)	شعاع گام
۳۳/۸۳	r_b (mm)	شعاع ریشه



شکل ۴ شرایط مرزی جفت دنده.

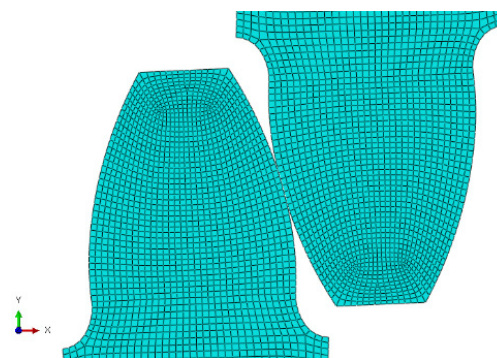
دنده باهم درگیر است. بنابراین، گشتاور بین این دو جفت تقسیم شده و نصف گشتاور برای هر دنده اعمال می شود. ولی چنانچه نسبت درگیری کمتر از ۲ باشد، در زاویه ای از چرخش، دو جفت دندانه و در زاویه دیگر یک جفت دنده باهم درگیر هستند. نسبت تماس ۱/۶۹ به این معنی است که ۶۹ درصد زمان درگیری، دو جفت دنده و ۳۱ درصد زمان درگیری فقط یک جفت دنده باهم درگیر هستند. در این پژوهش، زاویه درگیری



شکل ۵ همگرایی مش بندی در مدل المان محدود.

شکل ۵، نمودار همگرایی مش استفاده شده در مدل المان محدود را نشان می دهد. با توجه به شکل ۵، تغییر چشمگیری در نتایج تحلیل المان محدود از تعداد مش ۸۰ الی ۱۸۱۵ قابل مشاهده است. با این حال تفاوت خیلی اندکی با افزایش تعداد مش پس از ۱۸۱۵ وجود دارد. بنابراین مش بندی با ۹۴۳۲ مش برای تحلیل مدل جفت دنده انتخاب شد.

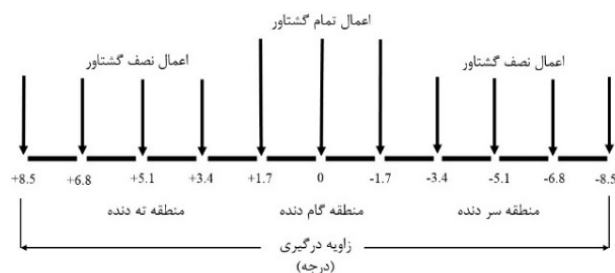
مقدار نسبت تماس با استفاده از رابطه ۱، ۱/۶۹ محاسبه شد. علاوه بر این، زاویه درگیری محاسبه شده با استفاده از رابطه ۴، ۰/۲۹۵ رادیان معادل ۱۷ درجه که از ابتدای درگیری (۰ درجه) تا انتهای درگیری (۱۷ درجه) است. جفت دنده با نسبت درگیری بالا، حرکت روان تری ایجاد می کنند. برای مثال اگر نسبت درگیری ۲ باشد، این بدین معناست که در همه خط درگیری، دو جفت



شکل ۳ مش بندی جفت دنده.

به شرایط مرزی، مقدار گشتاور ثابت (۱۶ Nm) است. بنابراین، موقعیت ۵، فاصله کم تری با مرکز چرخ‌دنده نسبت به موقعیت ۶ و ۷ داشته، با فرض ثابت بودن گشتاور، نیرو در این موقعیت بیشتر است. نیرو رابطه مستقیم با تنش داشته، با افزایش نیرو در موقعیت ۵، باعث افزایش تنش در این منطقه نسبت به مناطق دیگر می‌شود. علت افزایش تنش در ابتدا و انتهای درگیری، سطح تماس کم در سر دنده متحرک در ابتدای درگیری و سردنده محرک در انتهای درگیری بوده، با توجه به این‌که از اثر شعاع سردنده صرف‌نظر شده است، بنابراین ملاک حداکثر تنش قرار نمی‌گیرد.

توزیع تنش در موقعیت ۵ در قسمت‌های مختلف دنده در شکل ۸ نشان داده می‌شود. با توجه به شکل ۵، بیشترین تنش در منطقه تماس جفت دنده بوده، توزیع تنش در سطح دنده به صورت مورب و در راستای زاویه فشار است. علاوه بر این، نتایج تجربی آزمون چرخ‌دنده که توسط محسن‌زاده و همکاران [۳]، برای بررسی عمر و سایش چرخ‌دنده‌های پلیمری ساده و نانوکامپوزیتی صورت گرفته است، نتایج المان محدود را تأیید می‌نمایند. آن‌ها واماندگی نمونه‌های نانوکامپوزیتی را به ایجاد و گسترش ترک و در نهایت شکست نسبت دادند. افزون‌بر این، با استفاده از عکس‌های میکروسکوپی نشان داده شده در شکل ۹، محل ترک در پایین خط گام گزارش شده است.



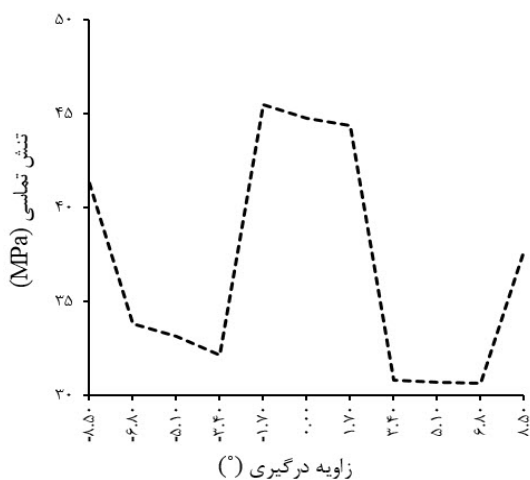
شکل ۶ شرایط اعمال بار در زوایای مختلف.

به ده قسمت مساوی تقسیم شده (۱/۷ درجه) و با توجه به شکل ۶، شرایط مرزی از جمله گشتاور اعمالی و زاویه مونتاز جفت دنده، به مدل اعمال می‌شود.

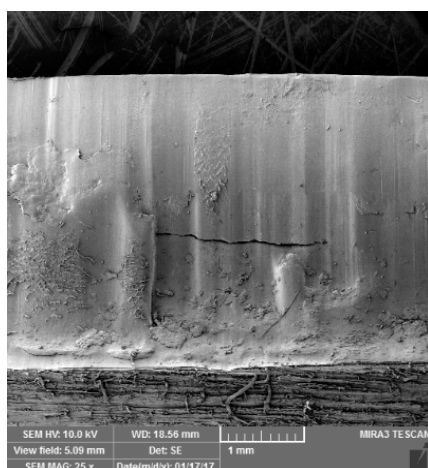
نتایج تحلیل المان محدود برای موقعیت‌های مختلف درگیری جفت دنده در جدول ۲، نشان داده شده است. علاوه بر این، توزیع تنش در راستای درگیری در زوایای متفاوت درگیری، در شکل ۷، نشان داده شده است. با توجه به جدول ۲ و شکل ۷، بیش‌ترین تنش ۴۵/۴۷ مگاپاسکال و در موقعیت ۵ (موقعیت اعمال تمام گشتاور به قسمت لاغر دنده) است. موقعیت ۵ در قسمت پایین خط گام قرار داشته، اولین نقطه درگیری با مقدار گشتاور کامل، در این موقعیت رخ می‌دهد. با توجه

جدول ۲ مشخصات هندسی چرخ‌دنده محرک و متحرک

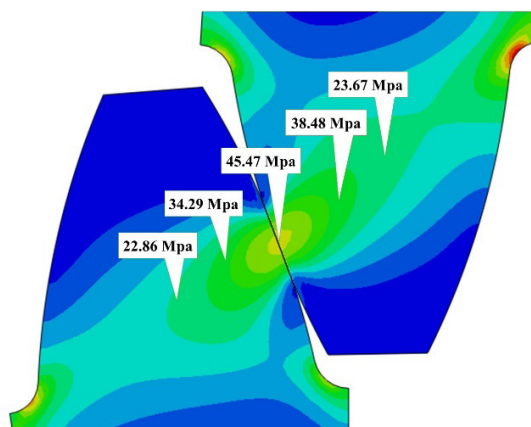
موقعیت	زاویه درگیری (degree)	گشتاور (N.mm)	تنش تماسی بیشینه (Mpa)
۱	-۸/۵	۸۰۰۰	۴۱/۳
۲	-۶/۸	۸۰۰۰	۳۳/۸۳
۳	-۵/۱	۸۰۰۰	۳۳/۱۴
۴	-۳/۴	۸۰۰۰	۳۲/۱۶
۵	-۱/۷	۱۶۰۰۰	۴۵/۴۷
۶	۰	۱۶۰۰۰	۴۴/۷۴
۷	+۱/۷	۱۶۰۰۰	۴۴/۳۹
۸	+۳/۴	۸۰۰۰	۳۰/۸۲
۹	+۵/۱	۸۰۰۰	۳۰/۷۱
۱۰	+۶/۸	۸۰۰۰	۳۰/۶۵
۱۱	+۸/۵	۸۰۰۰	۳۷/۶۹



شکل ۷ تنش تماسی در موقعیت‌های مختلف چرخ‌دنده.



شکل ۹ ترک در ناحیه پایین خط گام [۳].



شکل ۸ شرایط اعمال بار در زوایای مختلف.

۴ نتیجه گیری

زیر خط گام و مقدار ۴۵/۴۷ مگاپاسگال به دست آمد. این نتیجه با آزمون چرخ دنده تجربی صورت گرفته شده بر روی چرخ دنده های پلی استالی مقایسه شد. نتایج حاصل از المان محدود و نتایج تجربی از تناسب مناسبی برخوردار بودند. علاوه بر این، توزیع تنش در سطح دنده، به صورت مورب و حدوداً در راستای خط فشار مشاهده شد.

از مدل المان محدود، برای درک هرچه بهتر شرایط تنش در حین درگیری جفت دنده و در ده نقطه متفاوت از سر تا ته دنده چرخ دنده پلیمری با زمینه پلی استال استفاده شد. پس از همگرایی مش بندی و اعمال مش ریز و شرایط مرزی، مقدار تنش در موقعیت های مختلف جفت دنده به دست آمد. بیشترین مقدار تنش در منطقه

مراجع

- Mohsenzadeh R., Shelesh-Nezhad K., Experimental Studies on the Durability of PA6-PP-Caco₃ Nanocomposite Gears, *Journal of Science And Technology of Composites*, 3, 147-156, **2016**.
- محسن زاده، م و شلش نژاد، ک، تاثیر نانو ذرات کربنات کلسیم بر رفتار سایشی چرخ‌دنده های نانو کامپوزیتی PA6/PP/Nano Caco₃، فصلنامه علمی-پژوهشی مواد نوین، ۲۴، ۹۵-۱۰۶، ۱۳۹۵.
- Mohsenzadeh R., Wear and Failure of Polyoxymethylene/ Calcium Carbonate Nanocomposite Gears, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: *Journal of Engineering Tribology: P. 1350650119867530*, **2019**.
- Johnson K., A Review of the Theory of Rolling Contact Stresses, *Wear*, USA, 94-19, **1966**.
- Dutt K.A., Soni S., Patel D., Hertzian Contact Stress Analysis in Roller Power Transmission One-Way Clutch by Using Finite Element Analysis, In Advanced Engineering Optimization Through Intelligent Techniques., *Springer*, 621-630, **2020**.
- He Y., G Li., Zhao Y., Sun Y., Jiang G., Numerical Simulation-Based Optimization of Contact Stress Distribution and Lubrication Conditions in the Straight Worm Drive, *Strength of Materials*, 50, 157-165, **2018**.
- Hertz, H., On the Contact of Rigid Elastic Solids, *J. Fur Die Reine Und Angew*, **1882**.
- Hertz, H., On the Contact of Rigid Elastic Solids and on Hardness, Chapter 6: Assorted Papers By H. Hertz., Macmillan, New York, **1882**.
- Liu C., Liu J.Z., Pan C.H., Chen R.M., Effect of Pre-Wear on the Rolling Contact Fatigue Property of D2 Wheel Steel, *Wear*, 442, 154-203, 2020.
- Lin Y., Zhou Z., Li K.Y., Improved Wear Resistance at High Contact Stresses of Hydrogen-Free Diamond-Like Carbon Coatings by Carbon/Carbon Multilayer Architecture, *Applied Surface Science*, 477, 137-146, **2019**.
- Medina R. M., Cerrada Cabrera D., Sánchez R.V., Li C., De J.V., Deep Learning-Based Gear Pitting Severity Assessment Using Acoustic Emission, Vibration And Currents Signals, In 2019 Prognostics and System Health Management Conference, PHM-Paris, **2019**.
- Wright D.H., Testing Automotive Materials and Components. Society of Automotive Engineers, 400 Common Wealth Dr, Warrendale, PA 15096, USA, 254, **1993**.
- Dudley D.W., Handbook of Practical Gear Design. Mc Graw-Hill Book Company, 656, 1984.
- Li J., Li X., He D., Qu Y., A Novel Method for Early Gear Pitting Fault Diagnosis Using Stacked SAE and GBRBM, *Sensors*, 19, 758, **2019**.
- Wen Q., Du Q., Zhai X., An Analytical Method for Calculating the Tooth Surface Contact Stress of Spur Gears with Tip Relief, *International Journal of Mechanical Sciences*, 151, 170-180, **2019**.
- Standard B., ISO B., Calculation of Load Capacity of Spur and Helical Gears, ISO, Switzerland, 6336, **2006**.
- American Gear Manufacturers Association, and American National Standards Institute. Fundamental rating factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth, American Gear Manufacturers Association, USA, **1994**.
- Zhao L., Frazer R.C., Shaw B., Comparative Study of Stress Analysis of Gears with Different Helix Angle Using the ISO 6336 Standard and Tooth Contact Analysis Methods. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: *Journal of Mechanical Engineering Science*, 230, 1350-1358, **2016**.
- Huang K.J., Su H.W., Approaches to Parametric Element Constructions And Dynamic Analyses of Spur/Helical Gears Including Modifications and Undercutting, *Finite Elements in Analysis and Design*. 46, 6-11, **2010**.
- Fuentes A., Nagamoto H., Litvin F., Gonzalez-Perez, I and Hayasaka, I., Computerized Design of Modified Helical Gears Finished by Plunge Shaving, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199, 1677-1690, **2010**.
- Zanzi C., Pedrero J.I., Application of Modified Geometry of Face Gear Drive, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194, 3047-3066, **2005**.
- Colbourne J.R., The Geometry of Involute Gears, *Springer Science & Business Media*, Nature Switzerland, **2012**.
- Litvin F.L. Fuentes A., Gear Geometry and Applied Theory. Cambridge University Press, Cambridge, **2004**.

